

УДК 519.863:338.246.2:330.123.3

Климак М. С.

Войтко С. В.

кандидат економічних наук, доцент

**ЕКОНОМІКО-МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ СИСТЕМИ
КЕРУВАННЯ ЗАПАСАМИ: ІМІТАЦІЙНА МОДЕЛЬ*****ECONOMIC MODELING STOCKS CONTROL SYSTEM: SIMULATION MODEL***

Розглянуто теоретичні та прикладні аспекти розробки імітаційних моделей для прогнозування і оптимального розвитку виробничих систем, що створюють матеріальні продукти та послуги. Доведено, що процес управління запасами потребує економіко-математичного моделювання з огляду складності проведення теоретичних досліджень. Запропоновано імітаційну модель керування запасами, яка надає можливість приймати виважені управлінські рішення з виробничої логістики.

Рассмотрены теоретические и прикладные аспекты разработки имитационных моделей для прогнозирования и оптимального развития производственных систем, создающих материальные продукты и услуги. Доказано, что процесс управления запасами требует экономико-математического моделирования ввиду сложности проведения теоретических исследований. Предложена имитационная модель управления запасами, которая позволяет принимать обоснованные управленческие решения по производственной логистике.

Availability of inventory is a major prerequisite uninterrupted functioning of any production. Feasibilities to make management decisions with production logistics were required by a simulation model of stocks control. Problem of rational management and planning of logistics through the definition and use reserves owing to the modern conditions of hard competition between the enterprises of Ukraine on the regional and world markets. For the successful operation of any economic system, including a single enterprise, required of such processes as forecasting, planning, budgeting, implementation strategies, monitoring, motivation, assessment of risks and threats due to the influence of the environment. Disjunctive of modern theories that use no stocks in a operation market in Ukraine due to stochastic demand were proposed. Crucial to minimize costs in accordance with the delivery was proposed. Considered theoretical and applied aspects of the development of simulation models to predict the optimal development and production systems that create tangible products and services. It is proved that the process of inventory control needs of economic and mathematical modeling in view of the complexity of theoretical studies.

Ключові слова: імітаційна модель, підприємство, матеріальні запаси, підвищення ефективності діяльності, логістичне управління.

Вступ. Наявність матеріальних запасів є основною необхідною умовою безперебійного функціонування будь-якого виробництва. Нестача матеріальних ресурсів може призвести до значних збитків через зупинки виробництва, невиконання замовлень тощо. Проте наявність зайвих запасів матеріальних ресурсів є не вигідною через заморожування обігових коштів у

цих запасах. Цей факт більш актуальний для підприємств, що знаходяться на етапі розвитку або модернізації, коли постійно необхідні значні обсяги фінансування. Сучасні теорії, які використовують відсутність запасів, неможливі для застосування в умовах функціонування ринку України в силу стохастичного попиту. Актуальною є задача підбору параметрів системи управління запасами таким чином, щоб мінімізувати залишки матеріальних запасів на складах за умови гарантування безперебійного виробництва [2].

Дослідженням процесу управління логістичною діяльністю підприємств займалися вітчизняні та зарубіжні вчені: Анікін Б.А., Бауерсокс Д.Дж., Гаджінський А.Н., Гордон М.П., Неруш Ю.А., Миколайчук В.Е., Родіонова Н.П., Сток Д.Р., Терешкіна Т.Е., Уотерс Д.О. Амоша, В. Бесєдіна та ін. Питання моделювання логістичної діяльності розглядаються у працях А. Бочкарьова, В. Варфоломієва, С. Васильєва, В. Лукінського, Т. Терешкіної.

Постановка завдання. Для успішного функціонування будь-якої економічної системи, у тому числі окремо взятого підприємства, необхідне здійснення таких процесів як прогнозування, планування, бюджетування, реалізації стратегій, контролю, мотивації, оцінки ризиків і загроз, що обумовлено впливом зовнішнього середовища. Актуальність набуває мінімізація затрат відповідно до поставки. Таким чином постає завдання розробки та апробації методики, яка надасть змогу здійснити аналіз, який сприятиме об'єктивному оцінюванню рівня попиту та визначенню таких обсягів запасів, при яких витрати на зберігання були б рівними нулю. Реалізація зазначеного надасть змогу мінімізувати затрати і, як наслідок, підвищити конкурентоспроможність підприємства. Науковою проблемою є об'єктивне керування запасами за випадковим попитом і поповненням запасу.

Методологія. Теоретичну основу дослідження складає системний підхід до економіко-математичного моделювання систем керування запасами на основі імітаційної моделі. Методологічну основу становлять методи системного аналізу виробничих структур керування запасами з використанням імітаційного моделювання з можливостями оптимізації систем запасозберігання.

Результати дослідження. Розглянемо функціонування деякого гіпотетичного підприємства та створимо для нього модель.

1. Етапи створення імітаційної моделі: імітаційна модель, генерування значення випадкової величини D (імітація попиту); імітаційна модель, генерування значення випадкової величини T (імітація терміну виконання замовлення); імітаційна модель функціонування підприємства із заданими параметрами та початковими умовами.

2. Перелік змінних величин і параметрів моделі.

2.1 Вхідні (вихідні) значення змінних (початок або кінець i -го тижня):

X_i — сумарний обсяг продажу (в одиницях товару);

S_i — сумарні витрати (в грн);

x_i — обсяг товару на складі (в одиницях товару);

$\tau 1_i(\tilde{\tau} 1_i)$ — 1-й індикатор терміну затримки замовлення (тижні);

$\tau 2_i(\tilde{\tau} 2_i)$ — 2-й індикатор терміну затримки замовлення (тижні);

$\tau 3_i(\tilde{\tau} 3_i)$ — 3-й індикатор терміну затримки замовлення (тижні);

i — номер тижня.

2.2 Проміжні змінні, які використовуються у розрахунках (i -й тиждень):

d — попит на товар (в одиницях товару, імітуємо за допомогою зворотної функції та датчика випадкових чисел, рівномірно розподілених в інтервалі $[0;1]$, та експериментальної функції розподілу випадкової величини D);

t — час виконання замовлення (у тижнях, імітуємо за допомогою зворотної функції та датчика випадкових чисел, рівномірно розподілених в інтервалі $[0;1]$, і експериментальної функції розподілу випадкової величини D);

δ_i — індикатор виконання замовлення i -го (0 — не отримали, 1 — отримали);

z — різниця між пропозицією і попитом (в одиницях товару);

τi — проміжне значення i -го індикатора терміну затримки замовлення (тижні);

d^* — випадкове число, яке генерується датчиком випадкових чисел, при імітації d ;

t^* — випадкове число, яке генерується датчиком випадкових чисел, при імітації t .

2.3 Параметри моделі (сталі або змінюються у дослідженнях різноманітних моделей):

a — точка замовлення (в одиницях товару — мінімальне значення запасу, при якому приймається попереднє рішення про замовлення);

b — обсяг замовлення (в одиницях товару);

c — вартість замовлення (у грн);

v — вартість зберігання (у грн на одиницю товару за один тиждень);

g — збитки за дефіцитом.

2.4 Початкові умови: $x_i=0$ ($i=0$); $X_i=0$ ($i=0$); $S_i=0$ ($i=0$); $\tau 1_i(\tilde{\tau} 1_i)=0$ ($i=0$); $\tau 2_i(\tilde{\tau} 2_i)=0$ ($i=0$); $\tau 3_i(\tilde{\tau} 3_i)=0$ ($i=0$).

3. Модель імітації попиту (варіант А).

3.1 Обсяг вибірки $n = \sum_{i=1}^k n_i$;

3.2 Відносні частоти: $w_i = n_i/n$; $i = 1, 2, \dots, k$;

3.3 Значення експериментальної функції розподілу $F_y(y)$:

$$F_y(y) \Big|_{y_1 < y \leq y_2} \equiv F_{y1} = w_1;$$

$$F_y(y) \Big|_{y_2 < y \leq y_3} \equiv F_{y2} = F_{y1} + w_2;$$

...

$$F_y(y) \Big|_{y_k < y} \equiv F_{yk} = F_{y(k-1)} + w_k = 1.$$

3.4 Використаємо функцію, яка генерує рівномірний розподіл у проміжку $[0;1]$ випадкові числа, знаходимо випадкове число d^* :

3.5. Випадкове число d^* (функція «слчис» в Excel).

3.6 Використаємо функцію $d = Fd^{-1}(d^*)$, обернену до функції $d^* = Fd(d)$ (див.табл. 1), знаходимо значення попиту d :

якщо $d^* < Fd1$, тоді $d1^{**} = d1$, інакше: $d1^{**} = d1 + 1$ (функція «если» в Excel);

якщо $d^* < Fd2$, тоді $d2^{**} = d1^{**}$, інакше: $d2^{**} = d1^{**} + 1$; ...

якщо $d^* < Fd(k-1)$, тоді $d = d^{**k-2} + 1$.

Таблиця 1

Значення експериментальної функції розподілу D

i	d_i (обсяги продажу)	n_i (частота)	w_i (відносна частота)	Fd_i	$.d^*$
1	.d1	n_1		Fd1	.d1**
2	.d2	n_2		Fd2	.d2**
...	
к	.dk	n_k		1	
		$\sum_{i=1}^k n_i = n$.d

4. Модель імітації терміну виконання замовлення (див.табл. 2).

Таблиця 2

Значення експериментальної функції розподілу T (п. 1)

i	t_i (термін виконання замовлення)	m_i (частота)	w_i (відносна частота)	F_{ti}	t'
1	t_1	m_1		F_{t1}	\tilde{t}_1
2	t_2	m_2		F_{t2}	\tilde{t}_2
...	
	t_k	m_l		1	
		$\sum_{i=1}^l m_i = m$			t

5. Модель і алгоритм функціонування підприємства зі складом.

5.1 Фіксуємо значення вхідних змінних і прирівнюємо їх до попередніх:

$$X_i = \tilde{X}_{i-1}; \quad S_i = \tilde{S}_{i-1}; \quad x_i = \tilde{x}_{i-1}; \quad \tau 1_i = \tilde{\tau} 1_{i-1}; \quad \tau 2_i = \tilde{\tau} 2_{i-1}; \quad \tau 3_i = \tilde{\tau} 3_{i-1}.$$

5.2 Перевіряємо наявність замовлення:

якщо $\tau 1_i = 1$, тоді $\delta 1 = 1$, інакше: $\delta 1 = 0$;

якщо $\tau 2_i = 1$, тоді $\delta 2 = 1$, інакше: $\delta 2 = 0$;

якщо $\tau 3_i = 1$, тоді $\delta 3 = 1$, інакше: $\delta 3 = 0$.

5.3 Імітуємо попит d — випадкове число $[0;1] \rightarrow$ експериментальна функція розподілу $D \rightarrow d$.

5.4 Визначаємо різницю пропозиції та попиту — $z = x_i + b(\delta 1 + \delta 2 + \delta 3) - d$.

5.5 Обчислюємо запас на кінець тижня — якщо $z < 0$, тоді $\tilde{x}_i = 0$, інакше: $\tilde{x}_i = z$.

5.6 Обчислюємо сумарні продажі — якщо $z < 0$, тоді $\tilde{X}_i = X_i + x_i + b \cdot (\delta 1 + \delta 2 + \delta 3)$, інакше: $\tilde{X}_i = X_i + y$.

5.7 Імітуємо випадковий час виконання замовлення — випадкове число $[0;1] \rightarrow$ експериментальна функція розподілу $T \rightarrow t$.

5.8 Перевіряємо, чи знизився запас до точки замовлення:

якщо $(\tilde{x}_i \leq a) \cdot (\tau 1_i \leq 1)$, тоді $\tau' 1 = t$, інакше: $\tau' 1 = \tau 1_i - 1$;

якщо $(\tilde{x}_i \leq a) \cdot (\tau 2_i \leq 1) \cdot (\tau 1_i > 1)$, тоді $\tau' 2 = t$, інакше: $\tau' 2 = \tau 2_i - 1$;

якщо $(\tilde{x}_i \leq a) \cdot (\tau 3_i \leq 1) \cdot (\tau 1_i > 1) \cdot (\tau 2_i > 1)$, тоді $\tau' 3 = t$, інакше: $\tau' 3 = \tau 3_i - 1$.

5.9 Поновлюємо індикатор затримки терміну виконання замовлення:

якщо $\tau' 1 \leq 0$, тоді $\tilde{\tau} 1_i = 0$, інакше: $\tilde{\tau} 1_i = \tau' 1$;

якщо $\tau' 2 \leq 0$, тоді $\tilde{\tau} 2_i = 0$, інакше: $\tilde{\tau} 2_i = \tau' 2$;

якщо $\tau' 3 \leq 0$, тоді $\tilde{\tau} 3_i = 0$, інакше: $\tilde{\tau} 3_i = \tau' 3$.

5.10 Обчислюємо сумарні витрати на кінець тижня — якщо $z < 0$, тоді $\tilde{S}_i = S_i + c \cdot (\delta 1 + \delta 2 + \delta 3) - g \cdot z$, інакше: $\tilde{S}_i = S_i + c \cdot (\delta 1 + \delta 2 + \delta 3) + d \cdot z$.

5.11 Фіксуємо значення вихідних змінних:

$$\tilde{X}_i; \quad \tilde{S}_i; \quad \tilde{x}_i; \quad \tilde{\tau} 1_i; \quad \tilde{\tau} 2_i; \quad \tilde{\tau} 3_i.$$

5.12 Повторюємо цикл 5.1—5.11 від $i=1$ до $i=I$ із заданими початковими вхідними значеннями змінних.

5.13 Знаходимо середній попит за тиждень, продаж, запас, число замовлень, сумарних витрат, витрат за замовленнями, витрат за зберіганням і збитки від дефіциту (див. табл. 3).

Отже, побудуємо імітаційну модель системи керування запасами. Для $I=50$ розрахуємо середній обсяг продажу і попиту, середні витрати за тиждень, їх

середньоквадратичне відхилення. Оцінимо середньоквадратичну похибку середнього значення .

Таблиця 3

Імітація виконання замовлення

i	X	\tilde{X}	S	\tilde{S}	x	\tilde{x}	$\tau_1,$ $\tau_2,$ τ_3	$\tilde{\tau}_1,$ $\tilde{\tau}_2,$ $\tilde{\tau}_3$	y	t	$\delta_1,$ $\delta_2,$ δ_3	z	$\tau'_1,$ $\tau'_2,$ τ'_3
0		0		0		x_0		0					
1	$X_1 =$ $= \tilde{X}_0$	\tilde{X}_1	$S_1 =$ $= \tilde{S}_0$	\tilde{S}_1	$x_1 =$ \tilde{x}_0	\tilde{x}_1	$\tau_1 =$ $\tilde{\tau}_0$	$\tilde{\tau}_1$	y_1	t_1	δ_1	z_1	τ'_1
2	$X_2 =$ $= \tilde{X}_1$	\tilde{X}_2	$S_2 =$ $= \tilde{S}_1$	\tilde{S}_2	$x_2 =$ \tilde{x}_1	\tilde{x}_2	$\tau_2 =$ $\tilde{\tau}_1$	$\tilde{\tau}_2$	y_2	t_2	δ_2	z_2	τ'_2
...													
I	$X_I =$ $= \tilde{X}_{I-1}$	\tilde{X}_I	$S_I =$ $= \tilde{S}_{I-1}$	\tilde{S}_I	$x_I =$ \tilde{x}_{I-1}	\tilde{x}_I	$\tau_I =$ $\tilde{\tau}_{I-1}$	$\tilde{\tau}_I$	y_I	t_I	δ_I	z_I	τ'_I
Σ		\tilde{X}_I		\tilde{S}_I		$\sum_{i=1}^I \tilde{x}_i$			$\sum_{i=1}^I y_i$		$\sum_{i=1}^I \delta_i$		
$\frac{\Sigma}{I}$		$\frac{\tilde{X}_I}{I}$	$\frac{\tilde{S}_I}{\tilde{X}_I}$	$\frac{\tilde{S}_I}{I}$		$\frac{\sum_{i=1}^I \tilde{x}_i}{I}$	$\frac{d \sum_{i=1}^I \tilde{x}_i}{I}$		$\frac{\sum_{i=1}^I y_i}{I}$		$\frac{c \sum_{i=1}^I \delta_i}{I}$		

Для $I=50$ проведемо 30 імітаційних експериментів (50 тижнів у кожному експерименті), знайдемо вибіркове середнє тижневих витрат (за результатами 30 експериментів (1500 тижнів) та оцінимо похибку(див.табл. 4, табл. 5, табл. 6, табл. 7)

Таблиця 4

Модель імітації попиту

Модель імітації попиту					
Побудова експериментальної функції розподілу Fd					
I	di	ni	wi	Fdi	
1	4	6	0,12	0,12	
2	5	5	0,1	0,22	
3	6	9	0,18	0,4	
4	7	12	0,24	0,64	

5	8	8	0,16	0,8	
6	9	7	0,14	0,94	
7	10	3	0,06	1	
Разом		50	1		

Таблиця 5

Імітація попиту

i	d*	d1	d2	d3	d4	d5	d6	d
1	0,972827	4	5	6	7	8	9	10
2	0,436683	4	5	6	7	7	7	7
4	0,135747	4	5	5	5	5	5	5
5	0,9669	4	5	6	7	8	9	10
6	0,034765	4	4	4	4	4	4	4
7	0,898337	4	5	6	7	8	9	9
8	0,511942	4	5	6	7	7	7	7
9	0,222415	4	5	6	6	6	6	6

Таблиця 6

Модель імітації строку виконання замовлення

Модель імітації строку виконання замовлення				
Побудова експериментальної функції розподілу				
Ft				
I	Ti	mi	wi	Fti
1	1	10	0,2	0,2
2	2	25	0,5	0,7
3	3	15	0,3	1
Всього		50	1	

Таблиця 7

Імітація строку виконання замовлення

Імітація строку виконання замовлення				
i	t'	t1	t2	t
1	0,293833	1	2	2
2	0,475631	1	2	2
3	0,619526	1	2	2
4	0,217236	1	2	2
5	0,899712	1	2	3
6	0,046542	1	1	1
7	0,581231	1	2	2
8	0,42655	1	2	2
9	0,265091	1	2	2
10	0,309703	1	2	2

Середнє за 50 тижнів; замовлення – 140; зберігання – 58,8; дефіцит – 16,6; витрати – 215,4. Параметри моделі: точка замовлення: $a = 5$; Обсяг замовлення: $b = 20$; Вартість замовлення: $c = 500$; Вартість зберігання; $d = 10$; Збитки від дефіциту: $g = 10$. Середнє значення витрат і похибка (рисунок 1) з 30 експериментів: середнє значення – 770,04; дисперсія – 2491,465; середньоквадратичне відхилення – 49,91458.

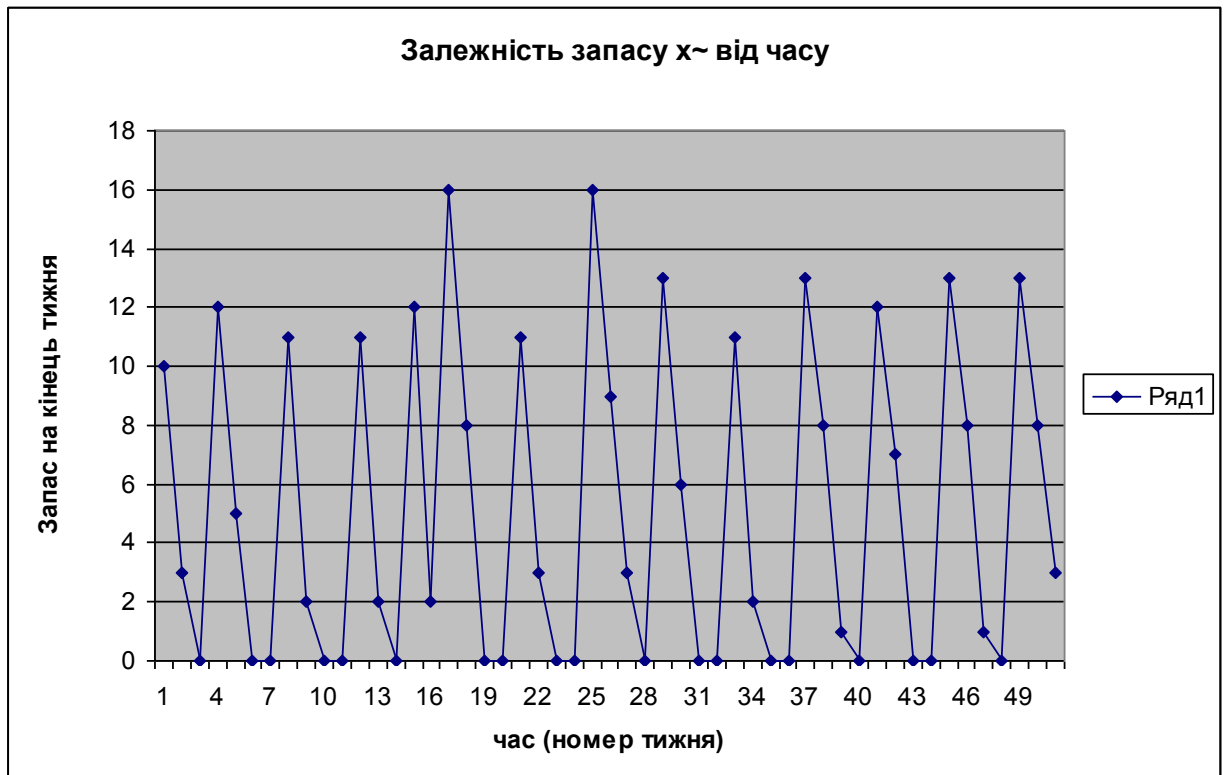


Рисунок 1. Імітація динаміки запасів
[авторська розробка]

Висновки. Методичний підхід (наукова новизна) до формування імітаційної моделі та процесу моделювання системи керування запасами, що надає можливість здійснювати оптимізацію систем запасозберігання. Задаючи випадкові величини попиту, термінів виконання та додаткових умов зімітували останні за допомогою експериментальної функції розподілу, моделюючи незначну наявність матеріальних запасів, отримали, що вартість зберігання в умовах 1% дефіциту на тиждень рівна нулю. Тобто відбувається економія засобів на організацію запасів у результаті оптимізації розміру замовлення; це зумовлено зниженням витрат на виконання замовлення, або зменшенням обсягу товару на складі; знижується ризик перебоїв у діяльності підприємства за рахунок мінімізації ризиків псування по найбільш цінних запасах [3]. Отже, оптимізація управління запасами спрямована на

максимальну стабілізацію режиму поставки шляхом згладжування нерівномірності попиту відносно логістичної системи.

Подальших наукових досліджень потребує створення і верифікація моделі, яка дозволить підприємствам здійснювати управління запасами з мінімізацією останніх до нуля.

Література

1. Болгов В. А., Демидович Б. П., Каракулин А.Ф. Линейная алгебра и основы математического анализа— Москва. Наука - 2007.
2. Клименко С.М., Омеляненко Т.В., Барабась Д.О., Дуброва О.В., Вакуленко А.В. Управління конкурентоспроможністю підприємства –Київ. Вища освіта- 2006.
3. Ткачова А.В. Імітаційне моделювання як інструмент удосконалення логістичної діяльності металургійного підприємства / Ткачова А.В. // Всеукраїнська конференція молодих учених 2011. -№ 1(4) - 415 с.
4. Донець О.С. Адаптивна система управління поставками та запасами великого металургійного підприємства / Донець О.С. // Конференція Донбаського державного технічного університету - 2010. -№ 2-108 с.
5. Хаснутдінова О.М. Моделювання системи управління товарними запасами торговельно-посередницької організації в середовищі powersim: (стратегії розвитку підприємства в умовах ринкової економіки)/ Хаснутдінова О.М. // Науковий вісник Прометей — 2011. — № 2 (35). — С. 119 с.